

投げる一物体の質量と飛距離の関係の導出

† 森本安夫

明治鍼灸大学物理学教室

要旨：物体を投げる動作を解析する一方法として物体の質量， M とその飛距離， L との関係を調べた。実験結果は被験者によらず同じ傾向を示した。ほぼ100gを境にしてそれ以上の重さでは $L \propto M^{-n}$ ，それ以下では M によらず一定となる。 n の値は投げる競技を経験した者で0.66，そうでない者で0.50程度である。また一定となる飛距離は被験者により異なるが30から70m程度である。この結果は簡単な力学と筋のパワーに関する生理学的な知識（Hill方程式）によって簡単に説明できる。投げることの熟練者か否かで n の値が異なる現象は最大の筋パワーを用いて投げる動作を行うかどうかに依存する。また軽い質量の物体を投げる場合に L が M によらず一定になるのは手に残る運動エネルギーが物体のそれと比べて大きくなり、パワーが有効に伝えられなくなり腕の出せる最大の速さで L が決まるからである。従って100gという値は手の重さで決まる。

I. 序 論

ヒトはいろんな動作一歩く、走る、跳ぶ、泳ぐ、蹴る、打つ、回る、投げる、あるいはぶら下がる一を行う。これらの動作は日常生活においてはもちろん、医学、スポーツの面からも非常に興味のあるテーマであり、過去数多くの研究がなされている¹⁻¹⁶⁾。もちろんここに挙げた文献以外にも多数あるだろうが著者の目に付く範囲でのものに限っている。これらの動作の内"投げる"というのはかなりヒトに特徴的なものであり、これについての文献も多い⁹⁻¹⁶⁾。ただここに挙げた文献でみればかぎりその興味は2方面に向けられている。一つは例えばオリンピックなどの競技会での新記録を狙うため、あるいは野球等の試合で速くあるいは遠くへ投げる投げ方の研究でありスキルの向上を目指すものである。他は普通の投げる動作を筋電図やビデオ装置あるいはテレメータ等を用いて動作時の筋、骨、腱の動きを詳細に追求するものである。これらの研究はいずれも高価で複雑な装置を必要とし、手軽に研究を始めるには適した方向ではない。

ところで"投げる"というのは腕の筋のエネルギー、

パワーを投げる物体に伝える動作である。それは当然物体の質量に関係する。従って物体の質量とその飛距離の関係を調べればパワー伝達のおおよそのことは分かる。ところがそのような関係を系統的に調べた文献は著者の調べたところほとんど見当たらない。この測定は非常に容易でありかつ費用も必要としない。重要でかつ簡単にできる実験であるのに今まで測定がなされなかったことが不思議に思われる。そこで明治鍼灸大学の学生より被験者を募り測定を行った。被験者の選択にはスポーツ経験の有無、またスポーツでも"投げる"ことを主にしたものかどうかに留意した。またこの研究では投げる物体の質量が重要であるので、大は7kg、小は5gまでの20種類の物体を用意した。

結果は被験者によらず非常にはっきりしたものであった。手の質量の $\frac{1}{3}$ から $\frac{1}{5}$ を境にして、それ以下の質量では飛距離は質量によらず一定、それ以上の質量では飛距離は質量の冪に比例して減少する。ここで"手"とは手首より先端部のことで、解剖学の教科書ではManusと命名されている部分を指す。この冪の値は投げることを主とするス

平成14年1月30日受付、平成14年9月13日受理

Key Words：投てき throwing、筋パワー muscle power、飛距離 leap、質量mass.

†連絡先：〒629-0392 京都府船井郡日吉町保野田ヒノ谷6 明治鍼灸大学 臨床鍼灸医学教室
Tel.0771-72-1181 Fax.0771-72-0394 E-mail：y_morimoto@muom.meiji-u.ac.jp

スポーツ経験の有無で異なる。これらの実験的事実は簡単な力学の理論と筋の発生するパワーを記述するHillの方程式²⁾に適切な近似を施すことで完全に説明できた。

次節ではその解析に必要な若干の力学的な話と生理学で知られている筋のパワーを記述するHill方程式の理論を述べ、飛距離と重さの関係がどのようなものであるかを予測する。3節では実験の方法と実験結果を示し、2節での簡単な力学的解釈が正当なものであることを解説する。最後の節ではいくつかの問題点を指摘し、議論を行なう。

II. 理論

地上で水平方向に対して角度、 θ 初速度 V_0 で重さ M の物体を投げるとその飛距離、 L は空気の抵抗を無視すると $L = \frac{1}{g} V_0^2 \sin 2\theta$ と与えられる。 g は地球の重力加速度でほぼ 9.75 m/s^2 である (実験を行った場所の標高が 197 m であり、通常知られている値 9.8 より少し小さい)。 θ は 45° のとき L は最大となる。 θ を実験できちんと設定するのは難しいが被験者の癖によってほぼ一定としていだろう。この条件が満たされているとしよう。従って

$$L \propto V_0^2, \quad (1)$$

という関係があることが分かる。次の問題は V_0 と M の関係である。物を投げるというのは腕の筋のパワーをこの物体に伝える作業である。まず物体はどれだけのパワーを受け取るのか考えてみよう。運動エネルギーは $\frac{1}{2} M V_0^2$ である。このエネルギーを得る時間はどうか。普通の体格のヒトが物を投げる場合、ほぼ 2 kg 以上なら腕を押し出して伸ばすことで、またそれ以下なら肩を中心とした腕の回転で行なわれる。腕の長さ、 r (約 0.7 m) とすると前者の場合 $\frac{r}{V_0}$ 、後者の場合 $\frac{\pi r}{V_0}$ と考えられる。いずれの場合も V_0 に反比例するので物体に与えられるパワーはほぼ

$$a M V_0^3, \quad (2)$$

となる。 a は腕の長さなどに依存する定数である。それでは筋の発生するパワーはいくらか。これはHillの方程式で与えられる²⁾。図1にそれを示す。横軸は筋の収縮速度、 V である。図中に A , B , C と示したように3種の領域が考えられる。大雑把に各領域でのパワーは A では V に比例し、 B では一定、そして C では V^2 に反比例すると言える。これらの詳細は細事に渡るので附録にまとめてある。 B の領域で最大のパワーが得られることはよく知られている。これらが (2) を与えることになる。従って領域 A では b を比例定数として、

$$a M V_0^3 \simeq b V_0$$

$$\text{すなわち } V_0 \propto M^{-1/2}, \quad (3)$$

という関係が得られる。同じ要領で領域 B では $a M V_0^3 = b'$ より、

$$V_0 \propto M^{-1/3}, \quad (4)$$

が、領域 C では $a M V_0^3 = b'' V_0^{-2}$ より、

$$V_0 \propto M^{-1/5}, \quad (5)$$

という関係が得られる。これを (1) に適用すると L と M の間には A , B , C の各領域に対して次のような関係のあることが推測される。

$$L \propto M^{-1},$$

$$L \propto M^{-\frac{2}{3}},$$

$$L \propto M^{-\frac{2}{5}}. \quad (6)$$

これを確認しようというのが本実験の主眼である。

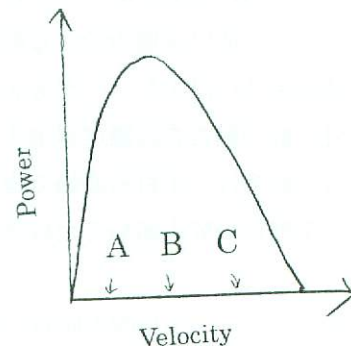


図1.

筋の発生するパワー(縦軸)と筋の収縮速度(横軸)の関係。最大パワーは最大収縮速度のほぼ $\frac{1}{3}$ 付近で得られることが経験的に分っている。領域 A , B , C については本文参照のこと。

注意しなければならないのは以上の議論は制約があるということである。すなわち今までの議論は腕の筋のパワーがほとんど物体に伝えられるとしているが、物体が軽い場合、手には物体に比べても充分な運動エネルギーが残ることになる。従って筋のパワーは物体に全て伝えられず上の議論は成り立たなくなる。この場合には飛距離はパワーよりも如何に大きい速度を手で発生させるかに依存する。それはMには依存しない。このときの速度、Vを大雑把に見積もってみよう。投げるとき腕を背部から腹部前面に回転させる。その時間は被験者にもよるが0.1秒程度必要だとしよう。回転角度は π とすると腕の各速度は $10\pi \text{ rad/s}$ となる。そのときの腕の速度は $0.7\text{m} \times 10\pi \text{ rad/s} \approx 22\text{m/s}$ 。よって $L \approx 50\text{m}$ と評価できる。もちろんこの値は訓練の度合で変わるが、ある程度投げる物体が軽いとそれより軽くなっても飛距離は大きくならないということである。それに空気抵抗も効いてくるだろう。それでは飛距離が(5)のような関係を示さなくなるのはどのような質量か？それは最終的に物体が身体から離れる部分、すなわち手の質量が基準になる。手の質量は300から500gとされている¹⁰⁾。従ってMが100から200g以下になるとこのようなことが起こると予想される。それでは次節において実験結果を

示すことにしよう。

III. 実験とその結果

実験は明治鍼灸大学グラウンドで行なった。期間は2001年11月の1ヶ月間である。被験者は本学の4回生男6名、女4名の計10名で年齢は21から23歳である。運動経験等は結果と共に表1に示している。投げる物体は次に述べる20種類を用意した。

2kg以上は陸上競技用砲丸(7.32kg, 5.66kg, 4.15kg, 2.72kg)を、200g以下ではソフトボール(200g)、軟式野球ボール(140g)、硬式テニスボール(60g)、ゴルフボール(47g)、鉄製ナット(36g, 20g)、ゴム栓(10g)、ビー玉(6.1g)、スーパーボール(5.3g)を用いた。100gから1kgの間は適当な物が無いので棒鋼を切断した物を用いた。直径と高さはできるだけ同じにし手に持ち易いようにした。重さは2.14kg(直径=7cm, 高さ=7cm以下では寸法は省略する)、1.58kg, 950g, 800g, 610g, 370g, 250gである。投げる回数は2回である。材質とか形が結構ばらついているので心配したが結果には大きな影響は与えないようであった。

結果を図2に示す。 $L \propto M^{-1/2}$ が理論的に予想されるので両対数グラフでプロットしている。横軸は物体の重さ、M、縦軸は飛距離、Lである。

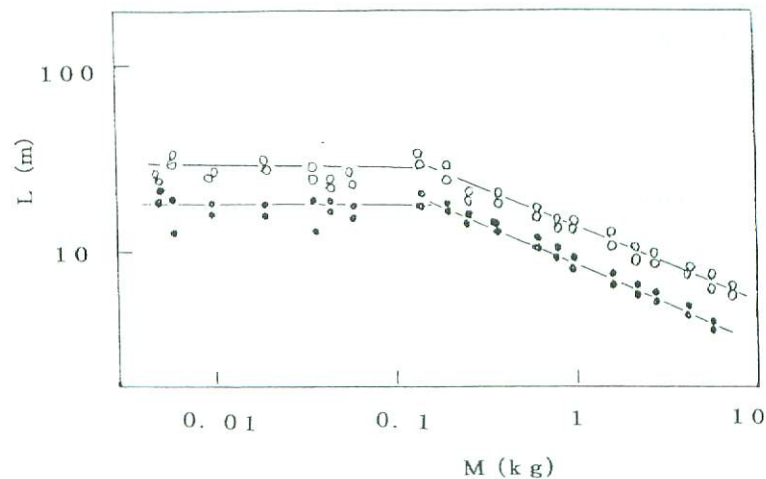


図2.

主要な実験結果。縦軸は飛距離、L、横軸は物体の重さ、M。理論を確認し易いよう両対数グラフにしてある。○は女子、●は男子。ともにスポーツ経験は無し。

実験では2回の投げる動作を行った。それは平均操作をしないでそのままプロットしている。当然大きなバラツキが予想されるが結果は図で見ると通り2, 3の例外を除いてきれいな関係を示した。被験者はスポーツ経験の無い男(●), 女(○)で共に100g以上の重さでは $L \propto M^{-n}$ という関係が、それ以下の重さでは重さによらずLは一定になっている。II節で予想された状況と一致している。nの値や一定となる飛距離の値は被験者により多少異なるが上の傾向は全く同様である。この例ではnの値は0.40と0.48で0.4に近い。これは領域Cに対応した値である。最大飛距離は27および19mである。図2の結果はともにスポーツ経験の無い者なので、念のためソフトボール経験者の結果を図3に示す。似た傾向を示していることが分る。この場合最大飛距離は40m, nは0.66である。これは領域Bに対応した値となっている。また最大飛距離もスポーツの非経験者よりかなり大きく、妥当な結果であろう。

各被験者のスポーツ経験の有無, nの値, 最高飛距離を表1に示す。

まづnの値であるがほぼ0.4から0.7の範囲に分布する。予想された値は $1, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}$ であるから予想の範囲内にあると言える。細かく見ると投げるスポーツの経験者はnが0.60および0.66で $\frac{2}{3}$ に近い。それに対してスポーツの非経験者, あるいは投げることを主としないスポーツの経験者のnは0.40から0.53であり0.4に近い。理論と比べてみると前者は最大のパワーで投げているのにたいし

て、後者では速く投げようとしてかえって最適条件を逃がしているのだと言えよう。素人のぎこちない動きによる力の入りすぎという現象だろうか。またこの事実に対応して最大飛距離も前者のほうが大きい。これらはいずれも合理的な結論と言えよう。また領域Aで予想される $n=1$ という値は観測されなかった。この事実は物を投げるときどうしても速く、遠くへ投げようとするからであろう。わざとゆっくりと投げない限り $n=1$ は観測されないと思われる。また以上の事実からnの値はそのヒトにとって最適の投げ方をしているかどうかの一つの指標になる可能性もある。

表1 被験者の性別, スポーツ経験, nの値および最大飛距離のデータ。年齢は21から23歳と幅が狭いので省いた。

性別	運動歴	n	最大飛距離
男	少林寺拳法	0.50	25m
女	空手	0.53	30m
男	スキー	0.55	31m
女	少林寺拳法	0.49	30m
男	ソフトボール	0.66	40m
女	空手	0.40	33m
男	剣道	0.58	22m
女	無し	0.50	28m
男	無し	0.48	20m
女	野球	0.68	50m

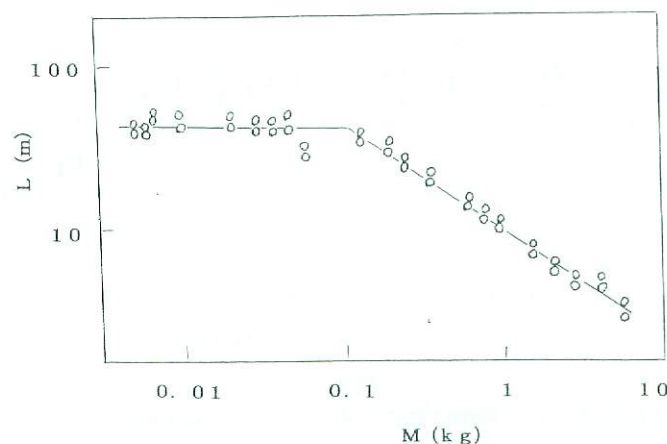


図3. 図2と同じ実験結果。被験者はソフトボールの経験のある女子。

IV. 結論といくつかの議論

本研究においてヒトが物を投げるとき、投げる物体の重さとその飛距離の関係を理論的に考察しそれを実験的に確認した。物を投げるというのはヒトの（腕の）筋のパワーをその物体に伝える操作（動作）である。最終段階では物体は手から離れる。従ってパワーの伝達は両者の質量に依存するのでその大小を区別して考えなければならない。

まづ物体の方が手よりはるかに重い場合は筋のパワーはそっくり物体に伝えられると考えられる。筋のパワーはその収縮速度で異なる。最大となるのは最高収縮速度 $\frac{1}{3}$ 程度のところで得られる。この付近ではパワーは速度によらずほぼ一定になる。それ以下ではパワーは速度に比例して増加し、それ以上では逆に速度に反比例して減少する。これらの事情と簡単な力学的考察を組み合わせると飛距離は重さの $-n$ 乗に比例するという関係が導かれる。 n のとしては $1, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}$ といった値が予想される。

一方逆に手のほうが重い場合、物体が手を離れた瞬間では物体よりも手の方に運動エネルギーが残る。従ってこの場合には筋のパワーは有効に物体に伝えられない。その代わり手の早さが伝えられる。軽い物を投げるとき肩を中心にした腕の回転運動による。この回転の速さは物体がある程度軽いと重さによらず一定である。従って飛距離は重さによらず一定となる。

以上の理論的予想を実験で確かめたところほぼ予想通りの結果を得ることが出来た。すなわち物体が重い場合、飛距離は質量の冪に比例し、軽い場合は一定となる。その境界の重さはほぼ手の重さの $\frac{1}{3}$ 程度である100から200gの間であった。 n の値は投げる競技の経験者で $\frac{2}{3}$ 、非経験者で $\frac{2}{5}$ に近い値が観測された。この違いは効率良く物体に筋のパワーを伝えているかどうかによると考えられる。

本研究の不満足な点として次の3点がある。一つは筋、腱、骨等の動きについては全く考慮されていないことである。しかしこの点はもともとできるだけ少ない費用で簡単にということを目指しているので目を瞑らざるを得ない。次は投げる動作

は腕だけでなく、足、腰、背、腹等の筋肉が総合的に働いているのでこれらの制御の必要であるが全く考慮されていない。これをきちんと設定して実験を行えばもっときれいなデータが得られる可能性がある。この点については将来の課題としたい。最後の問題としては空気抵抗や風の影響を全く無視していることだろう。特に軽い物体に対しては重要になるだろう。しかしこの問題は本研究の主眼ではないので割愛させて頂いた。

最後になったがこの研究から言える興味ある事実を述べておく。野球のボールはほぼ150gである。この質量はヒトが物を投げるとき筋のパワーを有効に伝え得る最小の重さである。この研究の結論よりこれより軽くても遠くへ投げられないしまた空気の影響も効いてきて方向を正確に制御できない。またこれより重いと到達距離が落ちる。従ってこの質量は正確にかつ最も遠くへ投げることのできるものといえる。その分試合はダイナミックなものになるだろう。150gという重さがどのように決められたのか定かではないが合理的な値であることが分る。

謝 辞

本研究を行なうにあたり2001年度の物理教室のゼミ生、林菜穂子氏、福原秀俊氏の二人には測定に関して全面的な協力を頂いた。また被験者には4回生の多数の諸君になって頂いた。体育学教室の真田講師には体育関係の"投げる"ことについての文献を紹介して頂いた。この場を借りて感謝の意を表したい。

本研究の開始にあたり本学研究倫理委員会の承認は2001年10月31日に頂いた。

受付番号は13-69である。

附 録

筋パワーの筋短縮速度依存性について

筋の発生する力、 F とその短縮速度、 V は次の Hill 方程式によって記述されることが分っている。

$$(F+c)(V+d) = (F_M+c)d. \quad (7)$$

a, bは実験隔靴をフィットさせるためのパラメタ, F_M は $V=0$ での最大筋力である. 最大短縮速度 V_M では $F=0$ となることが分っているのでこれを(7)に代入すると,

$$V_M = \frac{c}{d} F_M. \quad (8)$$

という関係が求まる. なお標準的な教科書では F_M, V_M の代わりに F_0, V_0 という記号が用いられているが V_0 は本文中で初速度として用いているので V_M とした. それにあわせて F_0 も F_M とした.

筋の発生するパワー, P は

$$P = FV = \frac{dv}{v+d} (F_M+c) - cV, \quad (9)$$

となる. P は $V \simeq \frac{1}{3} V_M$ で最大になることが実験で確認されている. P が最大になるのは $\frac{dP}{dV} = 0$ のときであるから, これを解いて, 更に(8)を用いると,

$$c = \frac{1}{3} F_M, \quad d = \frac{1}{3} V_M. \quad (10)$$

が得られる. これがa, bの意味である.

以上の予備知識を用いて P の V 依存性を求めよう. 先ずBの領域では P は最大値を示すので V に対しては緩やかにしか依存しない. そこで本文にあるようにほぼ一定と考えられる. 次に領域Aでは $V \ll \frac{1}{3} V_M \simeq d$ とすると, (9)式第一項の分母で d に対して V を無視する近似で,

$$P \simeq (F_M+c)V - cV = F_M V \propto V. \quad (11)$$

と P が V に比例することが確かめられる. 問題は領域Cである. ここで単純にBの場合と逆の近似, すなわち V に対して d を無視すると $P \simeq (F_M+c)d - cV$ となり, $P \propto V^m$ という形の関係が得られない. そこで多少強引であるが $P = DV^{-m}$ (D, m は決めるべき定数)としてHilbert方程式に合うように D, m を数値的に決めることにした. $F_M=3, V_M=1$ とにおいて $P-V$ 関係を示したのが図4の実線である. それに対して $D=0.091, m=2$ がベストフィットの曲線で, 点線で示している. 領域C, すなわち $0.6 V_M < V < 0.9 V_M$ ($V_M=1$) でなんとかHilbert方程式と一致しているのが分る. これが

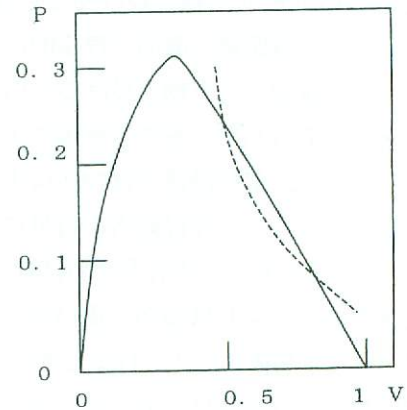


図4. $F_M=3, V_M=1$ としたときのHilbert方程式による $P-V$ 関係. 実線はHilbert方程式そのもの. 点線は $P=0.091V^{-2}$ としてプロットしたもの.

領域Cでは $P \propto V^{-2}$ とした理由である. このことの生理学的な理由はもちろんここでははっきりしていない.

参考文献

- 1) 浅見俊雄, 石井喜八, 宮下充正ら: 歩く, 走る. : 身体運動学概論. 大修館書店, 東京. pp 129-190, 1979.
- 2) 金子公宥: 種々の運動の出力パワー. : パワーアップの科学. 朝倉書店, 東京. pp 64-80, 1988.
- 3) 永田晟: 呼吸・循環運動の解析: からだ・運動の科学. 朝倉書店. 東京. pp 59-118, 1987.
- 4) 松井秀治: 身体運動の運動学的原則: 身体運動学入門. 杏林書店. 東京. pp 85-130, 1979.
- 5) 中村隆一, 斉藤宏: 四肢と体幹の運動: 基礎運動学. 医歯薬出版, 東京. pp 183-211, 1980.
- 6) V.M.Zatsiorsky, 鳥居俊監訳: 身体運動の微分運動学: 身体運動の動作学 NAP, 東京, pp 136-205, 1999.
- 7) 土屋和夫: 力学的因子の分析: 臨床歩分析入門. 医歯薬出版, 東京. pp, 61-94, 1989.
- 8) 金子公宥: カー速度関係からみた筋パワーの分析: 人体筋のダイナミクス. 杏林書院, 東京. pp 73-108, 1974.
- 9) 松浦義行: 投てき: スポーツの科学. 朝倉書店, 東京. pp 77-97, 1985.
- 10) 吉福康郎: パワフルに投げて打つには: スポーツ上達の科学. 講談社, pp 122-175, 東京. 1990.

- 11) 平野祐一, 浅田俊夫: 野球の投球動作とその指導. 体育の科学, 38: 94-100, 1988.
- 12) 桜井伸二, 池広男, 矢野京之助, 岡本敦: 野球の投球動作の3次元動作解析. 体育学研究, 35: 143-156, 1990.
- 13) 宮西智久, 藤井範久, 阿部通良, 功力靖雄: 大学野球選手における速投および速投動作の3次元比較研究. 体育学研究, 40: 89-103, 1995.
- 14) 吉沢正伊, 西島古典, 加藤達雄: 筋電図から見た体幹筋の働き. 体育の科学, 51: 433-437, 2001.
- 15) 平野祐一: ピッチング動作のバイオメカニクス. 臨床スポーツ医学, 18: 19-24, 2001.
- 16) 度会公治: ピッチングによる肩肘損傷予防とバイオメカニクス. 臨床スポーツ医学, 18: 25-32, 2001.

Biomechanical aspect of throwing-The derivation of the relation between weight of the thrown matter and its leap

MORIMOTO Yasuo

Department of Physics, Meiji University of Oriental Medicine

Abstract

[Purpose] When one throws an object, the power of the arm is transferred into the object. The leap depends on the manner of power transfer. To investigate this manner, the leap is measured against the weight of the object.

[Theory] The leap, L is proportional to the square of initial velocity, V_0 . When the object of weight, M is thrown with the velocity, V_0 , the power of the object transferred from the muscle of arm is nearly MV_0^3 , since the kinetic energy of the object is $\frac{1}{2}MV_0^2$ and the time necessary for the transfer is inversely proportional to V_0 . The power generated in the muscle depends on the velocity of contraction (Hill equation), V , that is, at slower velocity it is nearly proportional to V , while for higher velocity to V^{-2} . At intermediate (optimal) velocity it is nearly constant. If the weight of the hand is heavier than M , the power is transferred into the object, when the relation, $L \propto M^{-n}$ is obtained. The values of n are estimated as $1, \frac{2}{3}$ and, $\frac{2}{5}$ respectively, corresponding to the above three cases. On the other hand, if the hand is lighter than M , the power can not be transferred effectively, because the kinetic energy left in the hand can not be ignored compared with that of the matter. Alternately the velocity of the hand is transferred, and the L is decided by the maximum velocity of the hand. Then L is expected to become constant.

[Results] Twenty kinds of objects of weight ranging from 5g to 7kg are prepared, and the leap is measured. The results are as follows: for $M < 100g$, L does not almost depend on M , while the relation, $L \propto M^{-n}$, is observed for $M > 100g$. These are just the results expected from the theory. The values of n are ranged from 0.4 to 0.7. For one who experiences the sport mainly concerned with throwing n is near 0.7, while it is 0.5 for one who does not experience such sport. This result shows that the former can transfer the power of the arm effectively to the object.

[Discussions] The leap, L depends on the weight of thrown object, M , as $L \propto M^{-n}$ for $M \gtrsim$ half of the weight of hand, while L is nearly constant for the inverse case. This tendency does not depend on the experience on sport, or sex of subjects. The value of n is near 0.7 for a subject who experiences the sport mainly concerned with the throwing, while 0.5 for one who does not. Above results are analyzed self-consistently through elementary theory of mechanics and the Hill equation concerning the force and power of muscle.

Received on January 30, 2002 ; Accepted on September 13, 2002

† To whom correspondence should be addressed.

Meiji University of Oriental Medicine, Hiyoshi-cho, Funaigun, Kyoto 629-0392, Japan